



Análisis de rendimiento de una propuesta algorítmica basada en la búsqueda local multiobjetivo MOLS

Cristian Zambrano Vega¹, Joel A. Cedeño Muñoz², Roberto Pico Saltos³

1 Universidad Técnica Estatal de Quevedo, czambrano@uteq.edu.ec

2 Universidad Técnica Estatal de Quevedo, jacedeno@uteq.edu.ec

3 Universidad Técnica Estatal de Quevedo, rpico@uteq.edu.ec

RESUMEN

En este artículo se presenta una propuesta algorítmica basada en la búsqueda local multiobjetivo (*Multiobjective Local Search* MOLS) y se lleva a cabo un estudio comparativo de su rendimiento frente a dos algoritmos clásicos en el área: *NonDominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA-II) y *Pareto Archived Evolution Strategy* (PAES), seleccionados como punto de comparación, el primero, por ser la principal referencia en el campo de la optimización multiobjetivo y el segundo por emplear una búsqueda local similar a la propuesta.

El objetivo es conocer cuán competitivas pueden ser las metaheurísticas basadas en métodos de trayectorias para resolver problemas de optimización multiobjetivo (MOPs) de complejidad NP-completo.

Los experimentos se realizaron sobre el conjunto de problemas del benchmark *ZDT Test Suite*. En el análisis de los resultados se emplearon tres indicadores de calidad multiobjetivo: Epsilon, Spread e Hipervolumen.

Los resultados generados por el algoritmo MOLS muestran tener una mayor diversidad de soluciones y una mejor convergencia hacia el verdadero frente de Pareto-Óptimo en relación a los resultados generados por los algoritmos NSGA-II y PAES.

Palabras Claves: Optimización multiobjetivo, Metaheurísticas, metaheurísticas basadas en trayectoria.



Performance analysis of a local search-based multiobjective algorithm proposal

ABSTRACT

In this paper, we introduce a Local Search-based multiobjective algorithm proposal (MOLS) and we have carried out a comparative study of its performance with other two classical multiobjective algorithms: *Pareto Archived Evolution Strategy* (PAES) and *NonDominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA-II), chosen by, first metaheuristic because applies Local Search procedure similar to MOLS and second metaheuristic because is the main multiobjective reference.

This study is carried out with the aim to know how competitive are the trajectory-based metaheuristics solving *NP-hard* MultiObjective Optimization Problems (MOPs). The performance of these algorithms is evaluated by solving the problems of the benchmark ZDT Test Suite.

For the analysis of the results, three multiobjective quality indicators are considered: Epsilon, Spread and hypervolume. The obtained results indicate that the proposed algorithm MOLS is able to find a better spread of solutions and a better convergence to the true Pareto-optimal front in comparison to the results generated by NSGAI and PAES.

Keywords: Multiobjective optimization, metaheuristics, trajectory-based metaheuristics.



1. INTRODUCCIÓN

La mayoría de los problemas de optimización del mundo real son altamente no lineales y multimodales, tienen más de un objetivo a resolver, los cuales son contradictorios entre sí y están sujetos a diversas restricciones complejas. Incluso para problemas con un solo objetivo, a veces, no existen soluciones óptimas que los satisfaga, por lo que se define a la optimización multi-objetivo como el problema de encontrar un vector de variables de decisión que satisfaga ciertas restricciones y optimice un vector de funciones cuyos elementos representan las funciones objetivo (Osyczka, 1985). La optimización multiobjetivo no se restringe a la búsqueda de una única solución, sino de un conjunto de soluciones llamadas soluciones No-Dominadas. Cada solución de este conjunto se dice que es un Óptimo de Pareto y, al representarlas en el espacio de los valores de las funciones objetivo, conforman lo que se conoce como Frente de Pareto. Dado un problema concreto, la obtención del Frente de Pareto es la principal finalidad de la Optimización Multiobjetivo.

En los últimos años, los métodos estocásticos han sido ampliamente estudiados; en particular, un gran número de autores han trabajado en la investigación de algoritmos evolutivos (Coello, 1999; Fonseca y Flemming, 1995; Van Veldhuizen y Lamont, 2000). Estos métodos no garantizan la obtención de la solución óptima, pero ofrecen soluciones aceptables para un amplio rango de problemas de optimización en los que los métodos deterministas encuentran dificultades.

La principal motivación para el uso de novedosos algoritmos, como los de la familia de los evolutivos, en la solución de problemas de este tipo, radica en que al estar basados en población para realizar búsqueda de soluciones, éstos pueden retornar un conjunto de soluciones de buena calidad, lo cual es muy necesario para este tipo de enfoques.

Entre las metaheurísticas de optimización basadas en búsqueda local multiobjetivo, está la propuesta de Ishibuchi *et al.* (1998), quienes presentan un algoritmo que incorpora una búsqueda local (Local Search LS) para mejorar cada una de las nuevas soluciones generadas por los operadores genéticos de reproducción, intentando maximizar su valor de fitness dentro del procedimiento LS. Wei *et al.* (2012) propusieron el algoritmo NSGA-II-MOLS, el cual es una combinación del procedimiento de búsqueda local



MOLS y el algoritmo NSGAII, fue implementado específicamente para revolver problemas bi-objetivo de tipo PFSP (Permutation Flowshop Sequencing Problem). Su LS fue modificada incorporando varias estructuras de datos para el manejo de vecindades (neighborhood). Ambas propuestas fueron diseñadas para la resolución de problemas de programación de Líneas de trabajo (Flowshop Scheduling Problems). MO-LNS, propuesta por Schaus y Hartert, (2013), es otra metaheurística basada en métodos de trayectorias específicamente del tipo de Búsqueda en Vecindades Variables (VNS Variable Neighborhood Search) y es una adaptación multiobjetivo al algoritmo Large Neighborhood Search (LNS), su adaptación se basa específicamente en mantener un conjunto de soluciones no dominadas en lugar de sólo una mejor solución muy lejana. Su rendimiento fue medido resolviendo problemas de optimización combinatorios multiobjetivos.

En general, la búsqueda de una solución óptima o soluciones sub-óptimas no es una tarea fácil, requiere de complejos mecanismos de exploración para encontrar valores óptimos globales y evitar quedar estancado en mínimos u óptimos locales. Por ello, en este trabajo se presenta una propuesta algorítmica basada en la búsqueda local multiobjetivo (MOLS) y se realiza un análisis comparativo de su rendimiento frente a metaheurísticas clásicas del área de optimización multiobjetivo, con el objetivo de conocer cuán competitiva pueden ser el tipo de metaheurísticas basadas en métodos de trayectoria para la resolución de problemas de optimización multiobjetivo (MOPs).

2. MATERIALES Y METODOS

Propuesta algorítmica MOLS

La presente propuesta algorítmica está basada en la Búsqueda Local Multiobjetivo (MOLS), la cual es aplicada a cada una de las nuevas soluciones generadas por un operador genético de mutación, incluye una estrategia evolutiva (1+1), su enfoque principal es la idea simple del intercambio sistemático de los vecinos considerando primeramente su calidad y luego la diversidad dentro del conjunto de soluciones. Requiere únicamente de un operador de selección para escoger la próxima solución del archivo y un operador de mutación para la generación de una nueva solución. Implementa la distancia de *Crowding* dentro de su archivo de soluciones para garantizar la diversidad de las mismas.



A continuación se detalla el pseudocódigo del algoritmo:

Pseudocódigo del Algoritmo MOLS.	
1:	proc Mols()
2:	individual \leftarrow NewRandomIndividual()
3:	Initialize(archive)
4:	while !TerminationCondition do
5:	newIndividual \leftarrow LocalSearch(individual)
6:	AddToArchive(archive,newIndividual)
7:	individual \leftarrow BinaryTournament(archive)
8:	end while
9:	end proc Mols;
10:	
11:	proc LocalSearch(individual)
12:	fin \leftarrow FALSE
13:	while !TerminationCondition do
14:	mutated \leftarrow Mutate(individual)
15:	if mutated < individual then
16:	individual \leftarrow mutated
17:	else _
18:	if NonDominated(mutated,individual) then
19:	AddArchive(individual)
20:	individual \leftarrow mutated
21:	else
22:	fin \leftarrow TRUE
23:	end if
24:	end while
25:	end proc LocalSearch;

Para medir el rendimiento multiobjetivo del algoritmo MOLS se realizó una comparativa frente a dos algoritmos multiobjetivo clásicos: *Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA-II) (Deb et al., 2002) y *Pareto Archived Evolution Strategy* (PAES) (Knowles y Corne, 1999). Se escogió PAES debido a que emplea una búsqueda Local similar a la que usa el MOLS y a NSGAI por ser la principal referencia algorítmica de optimización multiobjetivo hasta la actualidad.

Indicadores de calidad

En este estudio se han utilizado las siguientes métricas: **Hipervolumen (HV)** (Bradstreet, 2011), diseñada para medir los aspectos de convergencia y diversidad en un frente dado. Esta métrica calcula el volumen (en el espacio de objetivos) cubierto por miembros de un conjunto dado Q, de soluciones no dominadas para problemas donde todos los objetivos han de ser minimizados. Los algoritmos que alcanzan mayores valores para HV son mejores. Adicionalmente se usó el indicador **Épsilon**, que mide la



convergencia al determinar la distancia mínima (en cualquier objetivo) que habría que desplazar cada solución para ser no dominada con respecto a otro frente (cuanto más pequeño mejor) y el indicado Dispersión (**Spread**) el cual mide la distribución de las soluciones y la distancia con los extremos del verdadero frente de Pareto (su valor ideal es cero).

Problemas de prueba

Los problemas utilizados para evaluar el rendimiento de las metaheurísticas fueron los problemas de prueba del benchmark *ZDT Test Suite* (Zitzler, *et al.*, 2000), compuesto por 5 MOPs de complejidad *NP-completo*, denominados ZDT1, ZDT2, ZDT3, ZDT4 y ZDT6. Todos los problemas son bi-objetivo y se caracterizan por tener conjuntos soluciones Pareto-óptimas muy difíciles de encontrar. Todas las funciones objetivo son problemas de minimización.

Implementación del Algoritmo

La implementación del algoritmo MOLS se llevó a cabo en el framework de optimización multiobjetivo *jMetal* (Durillo y Nebro, 2011; Nebro *et al.*, 2015), el cual incluye otras metaheurísticas de optimización mono y multiobjetivo, entre ellas NSGAII y PAES. Se implementó una clase *Experiment* propia de *jMetal* en la que se definieron las tres metaheurísticas en estudio, los operadores genéticos de reproducción (Selección, Cruce y Mutación), el conjunto de problemas a resolver y los indicadores de calidad multiobjetivo.

Parametrización de los algoritmos

La configuración pormenorizada para cada algoritmo es la siguiente:

Algoritmo NSGA-II: Se estableció un tamaño de población de 100. Una condición de parada de 50,000 evaluaciones. Se usó un operador de Selección por Torneo Binario con una modificación adicional. A los índices de distribución para el cruce SBX y la mutación Polinomial se les estableció un valor de 20, mientras que a la probabilidad de cruce se le estableció 0,9 y de mutación a $1.0 / [\text{Número de Variables}]$. Empleando un estimador de Densidad *Crowding Distance* para administrar el Archivo de las soluciones NO dominadas.



Algoritmo MOLS: La configuración es similar a la del algoritmo NSGA-II, usando los mismos parámetros para los operadores de Selección y Mutación, exceptuando que no utiliza un Operador de Cruce.

Algoritmo PAES: Se configuró un tamaño de población de 100 (Cuadro 1). Una condición de parada de 50,000 evaluaciones. Un parámetro de bisecciones igual a 5. Al índice de distribución la mutación Polinomial se estableció un valor de 20 y a la Probabilidad de mutación a $1.0 / [\text{Número de Variables}]$. Empleando un estimador de Densidad *Adaptive GridArchive* (Hypercube) donde se archiven las soluciones No dominadas.

Cuadro 1. Parametrización usada en algoritmos NSGA-II, MOLS y PAES (L = número de variables del problema)

Parámetro	NSGAII	MOLS	PAES
Tamaño de la Población	100 Soluciones	100 Soluciones	100 Soluciones
Operador de Selección	BinaryTournament2	BinaryTournament2	-
Operador de Cruce	Simulated binary SBX, $pc = 0.9$	-	-
Operador de Mutación	Polynomial, $pm = 1.0/L$	Polynomial, $pm = 1.0/L$	Polynomial, $pm = 1.0/L$
Tipo de Archivo	Crowding Archive	Crowding Archive	Adaptive GridArchive
Bisecciones	-	-	5
Estimador de Densidad	-	-	HyperCube

Metodología de las pruebas y análisis estadísticos

Se llevaron a cabo 100 ejecuciones independientes de cada algoritmo resolviendo cada problema. Se han obtenido las medianas y rangos intercuartílicos (IQR), como medidas de localización y dispersión, respectivamente de los resultados de los indicadores de calidad. En las tablas de resultados, los mejores de cada experimento son marcados con un fondo gris más oscuro para ser resaltados, los segundos mejores resultados por cada indicador son marcados con tono de gris más claro. Para comprobar si las diferencias obtenidas entre los algoritmos son estadísticamente significativas se ha aplicado el test de Wilcoxon Rank-sum con un nivel de confianza del 95% para cada par de algoritmos.



Para ilustrar los resultados en las tablas se usa la siguiente simbología: “–” indica que no hay diferencias significativas entre los algoritmos, “▲” significa que el algoritmo de la fila ha producido mejores resultados que el algoritmo en la columna con significancia estadística, y “▽” se utiliza cuando el algoritmo en la columna es estadísticamente mejor que el de la fila en el problema considerado.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para conocer el rendimiento de los tres algoritmos en estudio, a continuación se detallan los resultados de los experimentos. Las medianas e IQRs de los indicadores de calidad EPSILON, SPREAD e HIPERVOLUMEN se ilustran en los cuadros 2, 3 y 4 respectivamente y sus representaciones gráficas (boxplot) se muestran en las figuras 1, 2, 3 y 4.

Cuadro 2. Valores del indicador de calidad EPSILON. Mediana - IQR

ZDT	NSGAII	PAES	MOLS
ZDT1	1.25e-02 - 2.3e-03	1.90e-02 - 4.2e-03	5.71e-03 - 2.8e-04
ZDT2	1.20e-02 - 2.3e-03	2.71e-02 - 1.7e-02	5.63e-03 - 2.1e-04
ZDT3	7.56e-03 - 1.9e-03	3.33e-02 - 3.0e-01	5.19e-03 - 1.2e-03
ZDT4	1.25e-02 - 2.4e-03	2.45e-02 - 9.3e-03	1.70e-02 - 4.8e-03
ZDT6	1.13e-02 - 2.9e-03	1.70e-02 - 8.1e-03	4.35e-03 - 2.5e-04

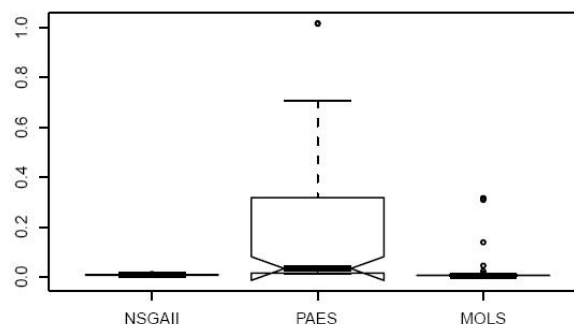


Figura 1. Epsilon ZDT3

Cuadro 3. Valores del indicador de calidad SPREAD. Mediana - IQR

ZDT	NSGAII	PAES	MOLS
ZDT1	3.72e-01 - 3.9e-02	7.08e-01 - 7.2e-02	8.26e-02 - 1.8e-02
ZDT2	3.80e-01 - 4.9e-02	6.98e-01 - 1.1e-01	8.54e-02 - 1.5e-02
ZDT3	7.44e-01 - 1.9e-02	1.03e+00 - 8.8e-02	7.10e-01 - 1.2e-02
ZDT4	4.04e-01 - 4.4e-02	1.11e+00 - 3.2e-01	3.37e-01 - 2.0e-01



ZDT6	6.42e-01 - 6.1e-02	7.69e-01 - 3.0e-01	6.15e-02 - 1.6e-02
------	--------------------	--------------------	--------------------

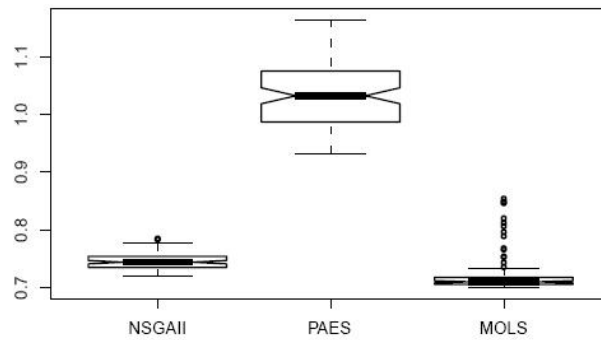


Figura 2: Spread ZDT3

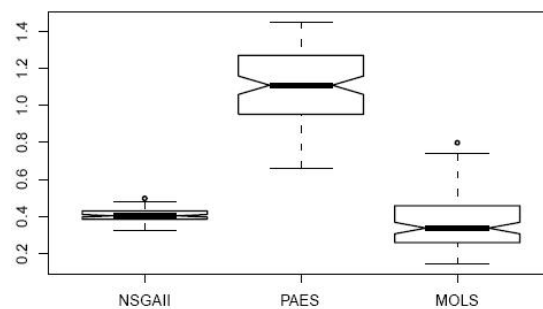


Figura 3: Spread ZDT4

Cuadro 4. Valores del indicador de calidad HV. Mediana - IQR

ZDT	NSGAII	PAES	MOLS
ZDT1	6.60e-01 - 3.3e-04	6.58e-01 - 1.1e-03	6.62e-01 - 4.5e-05
ZDT2	3.27e-01 - 3.2e-04	3.25e-01 - 1.3e-03	3.29e-01 - 3.4e-05
ZDT3	5.15e-01 - 1.3e-04	5.11e-01 - 5.1e-03	5.16e-01 - 7.0e-05
ZDT4	6.59e-01 - 1.3e-03	6.53e-01 - 5.0e-03	6.47e-01 - 7.5e-03
ZDT6	3.98e-01 - 6.1e-04	3.97e-01 - 1.9e-03	4.02e-01 - 2.1e-05

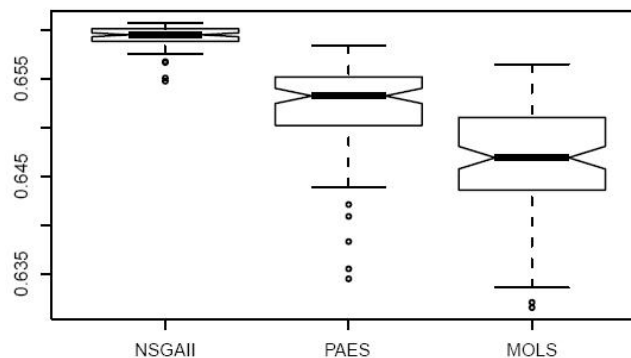


Figura 4: Hipervolumen ZDT4



Según los resultados obtenidos por el Indicador de Calidad **EPSILON** (Cuadro 2), el algoritmo MOLS genera soluciones con mayor convergencia al Frente de Pareto óptimo para casi todos los problemas de prueba del benchmark ZDT, exceptuando en el problema ZDT4, para el cual el algoritmo NSGAII es más competitivo que los demás. Los resultados del indicador **SPREAD** (Cuadro 3) indican que los frentes generados por el algoritmo MOLS tienen una mayor diversidad de soluciones para todos los problemas de prueba ZDT y los resultados obtenidos del Indicador **HIPERVOLUMEN** (Cuadro 4), el cual mide la convergencia y la diversidad a la vez; indican la alta competitividad del algoritmo MOLS frente a los algoritmos NSGAII y PAES. Se exponen los resultados del test de Wilcoxon Rank-sum (Cuadro 5, 6 y 7), los cuales indican la diferencia estadísticamente favorable a favor del algoritmo MOLS en relación a los resultados obtenidos por los demás algoritmos.

Cuadro 5. Resultado del Test de Wilcoxon rank-sum. EPSILON. ZDT1 ZDT2 ZDT3 ZDT4 ZDT6

	PAES					MOLS				
NSGAII	▲	▲	▲	▲	▲	▽	▽	▽	▲	▽
PAES						▽	▽	▽	▽	▽

Cuadro 6. Test de Wilcoxon rank-sum, SPREAD ZDT1 ZDT2 ZDT3 ZDT4 ZDT6

	PAES					MOLS				
NSGAII	▲	▲	▲	▲	▲	▽	▽	▽	▽	▽
PAES						▽	▽	▽	▽	▽

Cuadro 7. Test de Wilcoxon rank-sum, HV. ZDT1 ZDT2 ZDT3 ZDT4 ZDT6

	PAES					MOLS				
NSGAII	▲	▲	▲	▲	▲	▽	▽	▽	▲	▽
PAES						▽	▽	▽	▲	▽

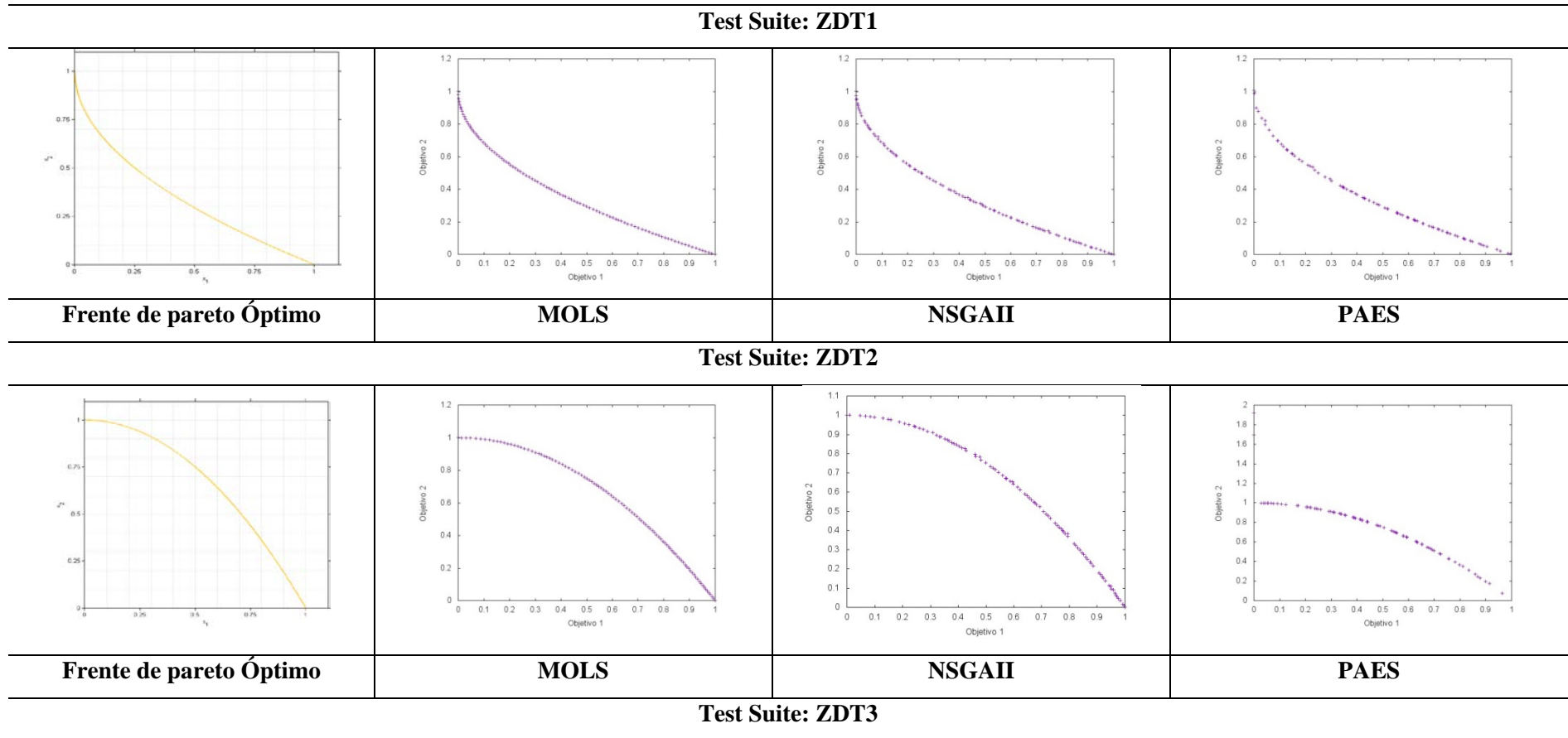
Para confirmar los resultados de los indicadores de calidad, mostramos en la Figura 5 los Frentes de Pareto Óptimo de cada problema de prueba ZDT y los mejores frentes de



Pareto generados por los tres algoritmos tomando en cuenta su valor de Hipervolumen, en el que podemos darnos cuenta, con significancia estadística, que el algoritmo MOLS consigue generar los frentes de Pareto con mayor convergencia y diversidad compuestos por un número mayor de soluciones que los demás frentes. No obstante, para el caso del problema ZDT4, se puede ver que las diferencias con NSGA-II son pequeñas, por lo que los frentes calculados por ambos algoritmos son casi similares. PAES queda claramente relegado como el peor de los tres algoritmos. Además podemos resaltar que los frentes de Pareto generados por el algoritmo MOLS, a diferencia de los frentes de los demás algoritmos, convergen casi exactamente a los Frentes de Pareto Óptimos de cada uno de los problema del benchmark ZDT publicado por Zitzler, *et al.* (2000).



Figura 5: Frentes de Pareto Óptimo de los problemas del benchmark ZDT Test Suite y Mejor Frente de Pareto según el indicador de Hipervolumen generado por los algoritmos MOLS, NSGAI y PAES en 100 ejecuciones independientes resolviendo los problemas ZDT1, ZDT2, ZDT3, ZDT4 y ZDT6.





Frente de pareto Óptimo	MOLS	NSGAII	PAES
Test Suite: ZDT4			
Frente de pareto Óptimo	MOLS	NSGAII	PAES
Test Suite: ZDT6			
Frente de pareto Óptimo	MOLS	NSGAII	PAES



4. CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos por los indicadores de calidad multiobjetivo empleados (EPSILON, SPREAD e HIPERVOLUMEN) se concluye que la presente propuesta MOLS promete ser una metaheurística muy competitiva en el campo de optimización multiobjetivo por su alto rendimiento obtenido frente al de algoritmos clásicos y de referencia como NSGAI y PAES.

MOLS genera un conjunto de soluciones con mayor convergencia y diversidad al Frente de Pareto Óptimo para casi todos los problemas de prueba del benchmark ZDT Suite exceptuando el problema ZDT4, en el que NSGAI logra obtener un mejor rendimiento.

La métrica del Hipervolumen indica que MOLS proporciona soluciones que cubren una mayor zona del frente de Pareto dando un mayor rango de posibilidades alternativas para escoger.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beume, N., Naujoks, B. y Emmerich, M. 2007. Sms-emoa: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. *European Journal of Operational Research*, 181, 1653-1669.
- Bradstreet, L. 2011. The hypervolume indicator for multi-objective optimization: calculation and use. University of Western Australia, Ph.D. thesis.
- Coello, C.A., Lamont, G.B. y Van Veldhuizen, D.A. 2007. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. New York, NY: Springer, pp. 1–40.
- Coello, C.A. 1999. A Comprehensive Survey of Evolutionary-Based Multiobjective Optimization Techniques. *Knowledge and Information Systems. An International Journal* 1(3): 269-308.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. y Meyarivan, T. 2002. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on* 6: 182-197.
- Durillo, J. y Nebro, A. 2011. jMetal: A Java framework for multi-objective optimization, *Advances in Engineering Software*, 42(10): 760-771.
- Fonseca, C.M. y Flemming, P.J. 1995. An Overview of Evolutionary Algorithms in Multiobjective Optimization, *Evolutionary Computation*, 3(1): 1-16.



- Horn, J., Nafpliotis, N., y Goldberg, D.E. 1994. A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization in Proc. 1st Int. Conf. Evol. Comput, pp. 82–87.
- Ishibuchi, H., Murata, T. 1998. A multi-objective genetic local search algorithm and its application to flowshop scheduling. Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on 28(3): 392,403.
- Knowles, J., Corne, D. 1999. The Pareto archived evolution strategy: a new baseline algorithm for Pareto multiobjective optimization. Evolutionary Computation, CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on 1: 105
- Nebro, A.J., Durillo, J.J. y Vergne, M. 2015. Redesigning the jMetal Multi-Objective Optimization Framework. Proceedings of the Companion Publication of the 2015 on Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO Companion '15) Pages 1093-1100.
- Osyczka, A. 1985. Multicriteria Optimization for Engineering Design, Academic Press.
- Schaus, P., Hartert, R. 2013. Multi-Objective Large Neighborhood Search. 19th International Conference, CP 2013, Uppsala, Sweden. Proceedings, pp 611-627.
- Van Veldhuizen, D.A. y Lamont, G.B. 2000. Multiobjective Evolutionary Algorithms: Analyzing the State-of-the-Art, Evolutionary Computation 8(2): 125-147.
- Wei, X., Zhang, W., Weng, W., Fujimura, S. 2012. Multi-objective Local Search Combined with NSGA-II for Bi-criteria Permutation Flow Shop Scheduling Problem .IEEJ Transactions on Electronics, Information and Systems, 132(1): 32-41.
- Zhang, Q. y Li, H. 200. Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. Evolutionary Computation, IEEE Transactions on 11: 712-731.
- Zitzler, E., Deb y K., Thielier, L. 2000. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. IEEE Trans. on Evol. Computation 8: 173-195.
- Zitzler, E., Laumanns, M. y Thiele, L. 2001. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. Swiss Federal Inst. Technol., Lausanne, Switzerland, Tech. Rep. TIK-Report 103.